

- 1) Si consideri la disequazione seguente: $3-x^2-2x>0$

Le soluzioni sono:

- a) **$-3<x<1$ (100%)**
- b) $+1,-3$ (0%)
- c) $x<-3 \vee x>1$ (0%)
- d) nessuna delle altre risposte è corretta (0%)

- 2) Si consideri la seguente disequazione: $|x-2| < 3-x$

Le soluzioni sono:

- a) $x<0 \vee x>5/2$ (0%)
- b) $x<-2$ (0%)
- c) $x>5/2$ (0%)
- d) **$x<5/2$ (100%)**

- 3) Si consideri la disequazione: $27 \geq (81)^{3-x^2}$

Le soluzioni sono:

- a) $x \leq -3/2$ (0%)
- b) **$x \leq -3/2 \vee x \geq 3/2$ (100%)**
- c) $-3/2 \leq x \leq +3/2$ (0%)
- d) $x \geq 3/2$ (0%)

- 4) Si consideri la disequazione:

$$\ln(x-3) < \ln 2 + \ln 3$$

Quale delle seguenti risposte ne rappresenta la soluzione?

- a) $x<9$
(0%)
- b) $x>3$
(0%)
- c) $x>0$
(0%)
- d) **$3 < x < 9$
(100%)**

5) Si consideri l'equazione: $\frac{2+x}{x^2+3x} = 0$

L'insieme delle soluzioni è:

- a) $\{-3,-2,0\}$ (0%)
- b) $\{-2\}$ (100%)**
- c) \emptyset (0%)
- d) nessuna delle altre risposte è corretta (0%)

6) Si consideri la disequazione: $\sqrt{7-2x} > x-2$

Le soluzioni sono:

- a) $-3 < x \leq 0 \vee x \geq 3$ (0%)
- b) $-3 \leq x < 3$ (0%)
- c) nessuna delle altre risposte è corretta (0%)
- d) $x < 3$ (100%)**

7) Quali sono gli zeri della funzione $y = x^4 - 2x^3 + x - 2$?

- a) $\{0,+2\}$
(0%)
- b) $\{-1,0,+2\}$
(0%)
- c) $\{-1,+2\}$
(100%)**
- d) $\{-1\}$
(0%)

8) Si consideri la funzione reale: $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$

Quali delle seguenti affermazioni è corretta:

- a) è positiva per $x < -1 \vee 0 < x < 1$ (0%)
- b) Ha uno zero per $x=0$ (0%)
- c) È una funzione dispari (100%)**
- d) Tende a +0 per x tendente a $+\infty$ (0%)

9) Si consideri la funzione reale: $f(x) = \ln\left[\frac{x}{1-x}\right]$.

Il campo di esistenza (CE) è:

- a) $x < -1 \vee x > 0$ (0%)
- b) $x > 0$ (0%)
- c) tutto \mathbb{R} (0%)
- d) $0 < x < 1$ (100%)**

10) Si consideri lo studio del segno della funzione:

$$f(x) = \frac{x+1}{e^{\sqrt{x}}}$$

Quali di queste affermazioni è vera?

- a) **f(x) è definita e positiva per $x \geq 0$ (100%)**
- b) nessuna delle risposte è corretta (0%)
- c) f(x) è definita e positiva per $x \geq -1$ (0%)
- d) f(x) è sempre negativa nel campo di esistenza (0%)

11) Si consideri lo studio degli zeri della funzione:

$$y = \frac{4x^2-1}{3-3^{2x}}$$

Quali di queste affermazioni è corretta?

- a) $x=+1/2$ è uno zero della funzione data (0%)
- b) **$x=-1/2$ è uno zero della funzione data (100%)**
- c) La funzione non ha zeri (0%)
- d) nessuna delle altre risposte è corretta (0%)

12) Si consideri la funzione:

$$y = \frac{x^2+1}{1+e^{\sqrt{-x}}}$$

Quali delle seguenti informazioni è vera?

- a) nessuna delle altre risposte è corretta (0%)
- b) La funzione data è sempre negativa (0%)
- c) **La funzione data è definita e positiva per $x \leq 0$ (100%)**
- d) La funzione data è definita e positiva per $x > 0$ (0%)

13) Si consideri il limite:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{7}{2}\pi} \frac{(1 + \operatorname{sen} x) \operatorname{sen}^2 x}{1 + x}$$

Il risultato vale:

- a) 1 (0%)
- b) $7/2$ (0%)
- c) π (0%)
- d) **0 (100%)**

14) Si consideri il limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - x^2}{2^{3-x^2} + 3^x}$

Il risultato vale:

- a) 1/3 (100%)
- b) 3 (0%)
- c) -3 (0%)
- d) -1/3 (0%)

15) Si consideri il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + e^{-x}}{5 - e^{-x}}$

Il risultato vale:

- a) 1/5 (100%)
- b) Non esiste. (0%)
- c) $+\infty$ (0%)
- d) nessuna delle risposte è corretta. (0%)

16) Si consideri la funzione: $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.

Quale dei seguenti limiti è corretto:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +2$ (0%)
- b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ (100%)
- c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ (0%)
- d) nessuna delle altre risposte è corretta (0%)

17) Si considerino i seguenti polinomi:

$$P_1(x) = x^2 - 1$$

$$P_2(x) = x^2 + 2x - 3$$

Il massimo comun divisore (MCD) tra $P_1(x)$ e $P_2(x)$

vale:

- a) $x-1$ (100%)
- b) $x+3$ (0%)
- c) Non esiste MCD per i due polinomi (0%)
- d) $(x+3)(x+1)(x-1)$ (0%)

18) Si considerino i seguenti polinomi:

$$P_1(x) = x^3 - 1$$

$$P_2(x) = x^3 + x^2 + x$$

Il minimo comune multiplo (mcm) tra $P_1(x)$ e $P_2(x)$ vale:

- a) $x(x+1)(x^2-x+1)$ (0%)
- b) $x(x+1)(x^2+x+1)$ (0%)
- c) **$x(x-1)(x^2+x+1)$** (100%)
- d) $x(x-1)(x^2-x+1)$ (0%)

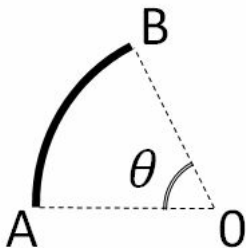
19) Quali delle seguenti identità è corretta:

- a) $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = y - \sqrt{x}$ (0%)
- b) **$(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - y$** (100%)
- c) $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - \sqrt{y}$ (0%)
- d) $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x + y - 2\sqrt{xy}$ (0%)

20) Considerando le proprietà dei logaritmi, l'espressione $(-\ln(1/2) + \ln 2 - \ln 3)$ è uguale a:

- a) $\ln(3/4)$ (0%)
- b) **$\ln(4/3)$** (100%)
- c) $4 \ln(3)$ (0%)
- d) $\ln(4)$ (0%)

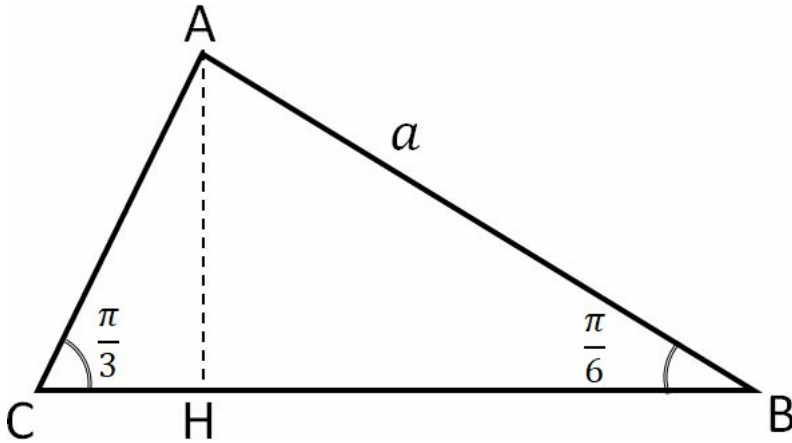
21)



Si consideri l'arco AB alla circonferenza di centro O, raggio $AO=BO=R$ sotteso da un angolo $\theta = \frac{\pi}{3}$. La lunghezza dell'arco alla circonferenza vale:

- a) $AB = \pi\sqrt{3}/2$ (0%)
- b) $AB = 2\pi R$ (0%)
- c) **$AB = R\frac{\pi}{3}$** (100%)
- d) $AB = \pi R$ (0%)

22)



Si consideri il triangolo in figura.

Quale di queste espressioni è corretta?

- a) $CH = \frac{a \cdot \text{sen}(\frac{\pi}{3})}{2}$ (0%)
- b) $CH = \frac{a \cdot \text{sen}(\frac{\pi}{6})}{\text{tg}(\frac{\pi}{3})}$ (100%)
- c) $CH = a\sqrt{2}/2$ (0%)
- d) $CH = a/2$ (0%)

23) Quale delle seguenti espressioni rappresenta il risultato del seguente calcolo:
 $\cos(\frac{\pi}{12})\cos(\frac{\pi}{4}) - \text{sen}(\frac{\pi}{12})\text{sen}(\frac{\pi}{4})$?

- a) $\tan(\pi/6)$ (0%)
- b) $\text{sen}(\pi/3)$ (0%)
- c) **$\cos(\pi/3)$ (100%)**
- d) $\cos(\pi/6)$ (0%)

24) Quale delle seguenti identità è vera?

- a) $\text{sen}(\frac{\alpha}{2}) = 2\text{sen}(\frac{\alpha}{4})$ (0%)
- b) $\text{sen}(\frac{\alpha}{2}) = 2\text{sen}(\frac{\alpha}{4})\cos(\frac{\alpha}{4})$ (100%)
- c) $\text{sen}(\frac{\alpha}{2}) = 2\text{sen}(\frac{\alpha}{8})\cos(\frac{\alpha}{8})$ (0%)
- d) $\text{sen}(\frac{\alpha}{2}) = 2\cos(\frac{\alpha}{4})$ (0%)

- 25) Quale delle seguenti espressioni diventa un'identità per $x = \frac{\pi}{2}$?
- a) $\text{sen}(2x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}$
(100%)
- b) $\text{sen}(2x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{x}{2}\right) = 1$ (0%)
- c) $\text{sen}(2x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{x}{2}\right) = 0$ (0%)
- d) $\text{sen}(2x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 (0%)
- 26) Si consideri la seguente equazione: $\cos^2(x)-1=0$. Quali dei seguenti angoli la verifica?
- a) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$
 (0%)
- b) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (0%)
- c) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$
 (0%)
- d) $x = 0 + k\pi$
(100%)
- 27) Quale delle seguenti risposte rappresenta le soluzioni della seguente disequazione: $3\text{tg}(x) - \sqrt{3} > 0$
- a) $\frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$
(100%)
- b) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ (0%)
- c) $\frac{\pi}{3} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$
 (0%)
- d) $x < \frac{\pi}{6} + k\pi \vee x > \frac{\pi}{2} + k\pi$
 (0%)
- 28) Si consideri il seguente fascio di rette: $y=(m+1)x+3$. Per quale valore di m si ottiene una retta parallela a $y=-x$?
- a) $m=-10$ (0%)
- b) $m=4$ (0%)
- c) **$m=-2$ (100%)**
- d) $m=3$ (0%)
- 29) Sia il fascio di rette parallele $y=x+n$. Determinare per quale valore di n si ha una retta tangente la parabola $y=x^2-x$.
- a) **$n=-1$ (100%)**
- b) $n=0$ (0%)
- c) $n=-7$ (0%)
- d) $n=-2$ (0%)

- 30) Quali delle seguenti equazioni rappresenta la retta ortogonale a $y=2x-1$ e passante per il punto $(0,0)$?
- a) $y = -x/2 + 1$ (0%)
 - b) $y = -x/2$ (100%)**
 - c) $y = -x - 1$ (0%)
 - d) $y = -3x - 2$ (0%)
- 31) Quali delle seguenti equazioni rappresenta la retta passante per i punti $A=(-1,2)$ e $B=(1,1)$?
- a) $y = 5x - 2$ (0%)
 - b) $2y = x - 3$ (0%)
 - c) $2y = x + 3$ (0%)
 - d) $2y + x - 3 = 0$ (100%)**
- 32) Quale tra i seguenti punti appartiene alla curva di equazione $y = x^3 - 3x^2 + 1$?
- a) $B=(1,-1)$ (100%)**
 - b) $A=(0,0)$ (0%)
 - c) $D=(2,4)$ (0%)
 - d) $C=(5,10)$ (0%)
- 33) Si consideri il seguente fascio di parabole: $y=mx^2+2nx+3$. Determinare la parabola passante per i punti $A(1,1)$ e $B(-1,3)$.
- a) $m=-2$ e $n=-1/2$ (0%)
 - b) $m=+1$ e $n=+1/2$ (0%)
 - c) $m=-1$ e $n=-1/2$ (100%)**
 - d) $m=-2$ e $n=-3/2$ (0%)
- 34) La superficie laterale S_L di un cilindro retto di raggio $R=0.5$ m ed altezza $H=15$ cm vale:
- a) $S_L \approx 0.47 \text{ m}^3$ (0%)
 - b) $S_L \approx 0.47 \text{ m}^2$ (100%)**
 - c) $S_L \approx 0.47 \text{ m}$ (0%)
 - d) $S_L \approx 0.27 \text{ m}^3$ (0%)
- 35) Una sfera di raggio $R_e=5$ mm ha una cavità sferica concentrica di raggio $R_f=3.5$ mm. Quale di queste risposte rappresenta il volume della sfera cava?
- a) $V_{sc} \approx 3.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$ (100%)**
 - b) $V_{sc} \approx 3.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$ (0%)
 - c) $V_{sc} \approx 3.4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ (0%)
 - d) $V_{sc} \approx 2.9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$ (0%)

36) Nel sistema internazionale (SI) la corrente, la resistenza elettrica e la potenza sono misurate nelle seguenti unità:

- a) *cm, ohm, watt* (0%)
- b) *ampère, ohm, watt* (100%)**
- c) *volt, ohm, watt* (0%)
- d) *newton, ohm, watt* (0%)

37) Sapendo che l'accelerazione di gravità sulla superficie lunare è 1/6 di quella terrestre, quanto pesano 800 g di zucchero sulla luna?

- a) $P \approx 1.3 \text{ N}$ (100%)**
- b) $P \approx 13 \text{ N}$ (0%)
- c) $P \approx 7848 \text{ N}$ (0%)
- d) $P \approx 800 \text{ g}$ (0%)

38) Quali di queste quantità non è una forza?

- a) $\frac{1}{2} mv^2$ (100%)**
- b) $-kx$ (0%)
- c) $m \cdot g$ (0%)
- d) $q_1 q_2 / (4\pi\epsilon_0 r^2)$ (0%)

39) Qual è l'unità di misura dell'accelerazione?

- a) m (0%)
- b) W (0%)
- c) m/s (0%)
- d) m/s^2 (100%)**

40) Quale delle seguenti espressioni definisce la forza di Coulomb ?

- a) $F_C = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (0%)
- b) $F_C = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (100%)**
- c) $F_C = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ (0%)
- d) Nessuna di queste affermazioni è vera (0%)

- 41) Un uomo spinge una cassa con una forza $F=3.4$ N su di un terreno piano privo di attrito. Quanto vale il lavoro L prodotto dall'uomo quando la cassa viene spostata per un tratto $S=15500$ mm ?
- a) $L \approx 53$ kg (0%)
 b) $L \approx 52700$ J (0%)
 c) $L \approx 53$ m (0%)
d) $L \approx 53$ J (100%)
- 42) Un'auto viaggia inizialmente a velocità costante pari a 50 km/h su una strada statale rettilinea fuori città. Improvvisamente un cinghiale attraversa la strada. Il guidatore aziona i freni imponendo all'auto una decelerazione $a=-2$ m/s². Qual è lo spazio percorso dall'auto prima di fermarsi? Se al momento di azionare i freni il cinghiale si trova a 77 m dall'auto, verrà investito oppure no?
- a) $S \approx 625$ m, il cinghiale viene travolto (0%)
 b) $S \approx 4.8$ m, il cinghiale è salvo (0%)
 c) nessuna delle risposte è corretta (0%)
d) $S \approx 48$ m, il cinghiale è salvo (100%)
- 43) Un bambino lascia cadere un giocattolo dal balcone alto $h=25$ m rispetto al piano stradale. Dopo quanto tempo il giocattolo urta il suolo?
- a) $t \approx 2.3$ s (100%)
 b) $t \approx 0.23$ s (0%)
 c) $t \approx 0.023$ s (0%)
 d) $t \approx 2.3$ ore (0%)
- 44) Un monello lancia un sasso di massa $m = 100$ g imprimendogli una velocità pari a 5 km/h. Quanto vale la variazione di energia cinetica impressa al sasso?
- a) $k_f - k_i \approx 0.096$ J (100%)
 b) $k_f - k_i \approx 1300$ J (0%)
 c) $k_f - k_i \approx 0.00096$ J (0%)
 d) $k_f - k_i \approx 1.3$ J (0%)
- 45) Si considerino due cariche puntiformi nel vuoto: $q_1 = + 3.0 \cdot 10^{-7}$ C e $q_2 = - 4.0 \cdot 10^{-8}$ C . Sapendo che la costante dielettrica del vuoto vale $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ C²N⁻¹m⁻² e che le due cariche si scambiano una forza attrattiva pari a $F_C=2.4$ N determinare la distanza tra le due cariche.
- a) $d \approx 6.7$ mm (100%)
 b) $d \approx 6.7$ m (0%)
 c) $d \approx 12$ mm (0%)
 d) $d \approx 6.7$ cm (0%)

46) **TESTO:** breve accenno ai "Buchi Neri", tratto da https://it.wikipedia.org/wiki/Buco_nero

In astrofisica, un buco nero è un corpo celeste con un campo gravitazionale così intenso (ovvero, una regione dello spaziotempo con una curvatura talmente grande) che dal suo interno non può uscire nulla, nemmeno la luce essendo la velocità di fuga superiore a quella della luce stessa.

Il buco nero è il risultato di implosioni di masse sufficientemente elevate. La gravità domina su qualsiasi altra forza, determinando un collasso gravitazionale che tende a concentrare lo spaziotempo in un punto al centro della regione, dove è teorizzato uno stato della materia di curvatura tendente a infinito e volume tendente a zero chiamato singolarità, con caratteristiche sconosciute ed estranee alle leggi della relatività generale. Il limite del buco nero è definito orizzonte degli eventi, regione che ne delimita in modo peculiare i confini osservabili.

Per le suddette proprietà, il buco nero non è osservabile direttamente. La sua presenza si rivela solo indirettamente mediante i suoi effetti sullo spazio circostante: le interazioni gravitazionali con altri corpi celesti e le loro emissioni, le radiazioni principalmente elettromagnetiche della materia catturata dal suo campo di forza.

Nel corso dei decenni successivi alla pubblicazione della relatività generale, base teorica della loro esistenza, vennero raccolte numerose osservazioni interpretabili, pur non sempre univocamente, come prove della presenza di buchi neri, specialmente in alcune galassie attive e sistemi stellari di binarie X. L'esistenza di tali oggetti è oggi definitivamente dimostrata e via via ne vengono individuati di nuovi con massa molto variabile, da valori di circa 5 fino a miliardi di masse solari.

Il termine "buco nero" fu coniato dal fisico John Archibald Wheeler, che lo utilizzò a partire dal 1967 in un suo discorso a seguito del suggerimento di uno spettatore mai identificato.

DOMANDA: cosa si intende per "collasso gravitazionale":

- a) Il termine "collasso gravitazionale" indica sistemi stellari di binarie X.
(0%)
- b) Il termine "collasso gravitazionale" indica un ipotetico punto dello spazio (singolarità) dove si concentra una massa di materia enorme in un volume estremamente piccolo.**
(100%)
- c) Il termine "collasso gravitazionale" indica una patologia particolarmente grave.
(0%)
- d) Il termine "collasso gravitazionale" indica un accumulo di pianeti e stelle.
(0%)

47) Si consideri la proposizione logica: "Federico e' biondo e ha gli occhi azzurri" .
La sua negazione e':

- a) Nessuna delle precedenti.
(0%)
- b) Federico e' castano e ha gli occhi neri.
(0%)
- c) Federico non e' biondo o non ha gli occhi azzurri.**
(100%)
- d) Federico non e' biondo e non ha gli occhi azzurri. (0%)

- 48) La frase "Non ci sono aule senza finestra" significa che:
- a) qualche aula ha la finestra (0%)
 - b) qualche aula non ha la finestra (0%)
 - c) ogni aula ha almeno una finestra (100%)**
 - d) nessun'aula ha due finestre (0%)
- 49) Se Federico è nervoso si mangia le unghie.
- Date queste premesse, quale tra le seguenti deduzioni è corretta?
- a) Se Federico non è nervoso si mangia le unghie (0%)
 - b) Se Federico non si mangia le unghie è nervoso (0%)
 - c) Se Federico non è nervoso non si mangia le unghie (0%)
 - d) Se Federico non si mangia le unghie non è nervoso (100%)**
- 50) Si consideri la proposizione logica "Tutti i numeri reali hanno l'inverso". La negazione di questa proposizione è:
- a) Tutti i numeri reali hanno l'opposto. (0%)
 - b) Tutti i numeri reali non hanno inverso. (0%)
 - c) C'è almeno un numero reale che non ha l'inverso. (100%)**
 - d) C'è almeno un numero reale che ha l'inverso (0%)